1- LE REPERE

1-1- DEFINITION

Soit (O,I,J) un repère dans le plan (P), on pose $\overrightarrow{OI}=\vec{i}\ et\ \overrightarrow{OJ}=\vec{j}$. le triplet $(O,\vec{i},\vec{j})$ est appelé un repère du plan (P).

$i-\ si\ \ OI\ \perp\ OJ\ \ alors\ \ (O,\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthogonal

$ii-\ si\ \ OI\ \perp\ OJ\ \ et\ OI=OJ=1\ alors\ \ (O,\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthonormé

$iii-\ la\, droite\,(OI)$ est appelé l'axe des abscisses, et $la\, droite\,(OJ)$ est appelé l'axe des ordonnées

1-2- LES COORDONNEES D'UN POINT

1-2-1- PROPRIETE

Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère du plan.

i- A tout point M, il existe un couple (x,y) de nombres réels tel que $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$. le couple (x,y) est appelé le couple de coordonnées du point M, et on écrit M(x,y)

ii- A tout vecteur $\vec{u}$ du plan vectoriel, il existe un couple (x,y) de nombres réels tel que $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$, et on écrit $\vec{u}(x,y)$

1-2-2- PROPRIETE

i- si $A(x_A,y_A)$ et $B(x_B,y_B)$ alors $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A)\vec{i}+(y_B-y_A)\vec{j}$

ii- $si\ \vec{u}(x,y)\ \ et\ \vec{v}(x',y')\ \ alors\ \vec{u}+\vec{v}=(x+x')\vec{i}+(y+y')\vec{j}\ et\ \alpha\vec{u}=(\alpha x)\vec{i}+(\alpha y)\vec{j}$

iii- $si\ \vec{u}=\vec{v}\ \ \ alors\ \ \ x=x'\ \ et\ \ \ y=y'$

iv- si $A(x_A,y_A)$ et $B(x_B,y_B)$ alors I milieu de [AB], a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A+x_B}{2},\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

v- si le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ est orthonormé alors $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

2-LA COLINEARITE DE DEUX VECTEURS

2-1- DETERMINANT DE DEUX VECTEURS

2-1-1- DEFINITION

Soient $\vec{u}(x,y)\ \ et\ \vec{v}(x',y')$ deux vecteurs , le nombre $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}=xy'-x'y$ est appelé le déterminant des vecteurs $\vec{u}\ et\ \vec{v}$, et on le note $\det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}=xy'-x'y$

2-1-2-PROPRIETE

i- si $\vec{u}\ \ et\ \ \vec{v}$ sont colinéaires alors $\det(\vec{u},\vec{v})=0$

ii- si $\vec{u}\ \ et\ \ \vec{v}$ ne sont pas colinéaires alors $\det(\vec{u},\vec{v})\neq 0$

2-2- EXERCICE

1- Soient $\vec{u}(2,-5)$ et $\vec{v}(1,3)$ deux vecteurs, déterminer si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

2- soient A(3,1) , B(-2,4) et C(0,3) trois du plan, est ce que les points A, B et C sont alignés

3- Soient $\vec{u} = 2\sqrt{3}\,\vec{i} - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\vec{j}$; $\vec{v} = 8\vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{w} = 3\vec{i} - (2m+1)\vec{j}$

i- montrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires

ii- déterminer m pour que $\vec{v}$ et $\vec{w}$ soient colinéaires

3- LA DROITE DANS LE PLAN

3-1- DEFINITION

Soit A un point du plan (P), et $\vec{u}$ un vecteur non nul. L'ensemble des points M, qui vérifient $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$ tel que $t \in \mathbb{R}$, est la droite (D) qui passe par le point A et de vecteur directeur $\vec{u}$, on le note $D(A,\vec{u}) = \{M \in (P) \;/\; \overrightarrow{AM} = t\vec{u}, t \in \mathbb{R}\}$

3-2- REPRESENTATION PARAMETRIQUE D'UNE DROITE

3-2-1- DEFINITION

Le plan (P) est rapporté à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, et $\vec{u}$ un vecteur non nul. Soit $A(x_A, y_A)$ un point du plan, et $\vec{u}(\alpha,\beta)$ un vecteur non nul, le système $\begin{cases} x = x_A + \alpha t \\ y = y_A + \beta t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ est appelé représentation paramétrique de la droite (D) qui passe par A et de vecteur directeur $\vec{u}$, le nombre t est le coordonnée du point M par rapport au repère $(A,\vec{u})$

3-2-2-EXERCICE

1- Soient A(2,3) un point du plan (P), et $\vec{u}(-2,-1)$ un vecteur

i- Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) qui passe par A et de vecteur directeur $\vec{u}$

ii- Déterminer si les points B(-1,1) et C(4,4) appartiennent à (D)

2- Soient E(-1,2), F(2,3) et G(1,-1) trois points du plan

i- Déterminer la représentation paramétrique de la droite (EF)

ii- Vérifier si G appartient à (EF)

iii- Déterminer la représentation paramétrique de la droite (D') qui passe par G et de vecteur directeur $\vec{v} = 3\vec{i} + \vec{j}$

3-3-L'EQUATION CARTESIENNE DE LA DROITE

3-3-1- DEFINITION

Le plan est rapporté au repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, toute droite dans le plan a une équation cartésienne sous forme de: $ax + by + c = 0$, où $(a,b) \neq (0,0)$

3-3-2-EXEMPLE

Soit (D) une droite qui passe par le point A(1,-2) et de vecteur directeur $\vec{u}(-2,3)$

$$M(x,y)\in D \;\; A,\vec{u} \;\; c'est\,à\,dire\,\overrightarrow{AM} \;\; et \;\; \vec{u} \;\; sont \;\; colinéaires \;\; donc \;\; \det \;\; \vec{u},\vec{v} \;\; = 0,$$

$$c'est\,à\,dire \begin{vmatrix} x-1 & -2 \\ y+2 & 3 \end{vmatrix} = 0, \;\; donc \;\; 3(x-1)+2(y+2)=0 \;\; d'où \;\; 3x+2y+1=0$$

<u>3-3-3- PROPRIETE</u>

Le plan (P) est rapporté à un repère $O,\vec{i},\vec{j}$, soient a, b et c des réels tels que $(a,b)\neq(0,0)$

l'ensemble des points M(x,y) tel que $ax+by+c=0$ est la droite de vecteur directeur $\vec{u}(-b,a)$.

<u>3-3-4- EXERCICE</u>

Soit $\vec{u}(1,2)$ un vecteur, et A(-1,1) un point du plan (P)

i- déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) qui passe par le point A et de vecteur directeur $\vec{u}$

ii- vérifier si les points B(-2,-1) et C(3,0) appartiennent à (D)

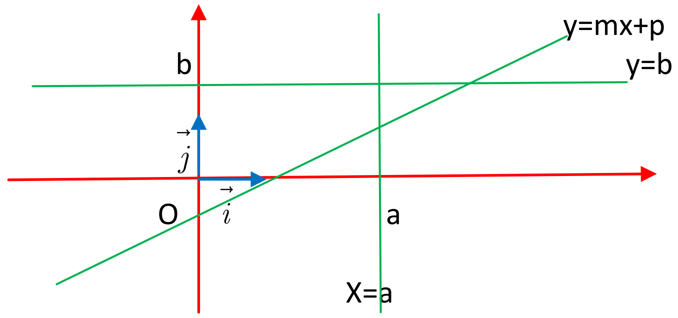
<u>3-4- DROITES PARTICULIERES</u>

<u>3-4-1- PROPRIETE</u>

i- une droite est parallèle à l'axe des ordonnées si son équation cartésienne est $x=a$

ii- une droite est parallèle à l'axe des abscisses si son équation cartésienne est $y=b$

iii- une droite (D) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées si son équation cartésienne est de la forme: $y=mx+p$ où m est appelé coefficient directeur de la droite (D)



<u>3-4-2- EXECICE</u>

Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) qui passe par A(3,-2) et de coefficient directeur $m=4$

<u>4- POSITION RELATIVES DE DEUX DROITES</u>

<u>4-1- PROPRIETE</u>

Le plan (P) est rapporté à un repère $O,\vec{i},\vec{j}$, soient $(D): \; ax+by+c=0$ et $(D'): a'x+b'y+c'=0$ deux droites dans le plan (P)

Soient $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$; $\Delta_x = \begin{vmatrix} -c & b \\ -c' & b' \end{vmatrix}$ et $\Delta_y = \begin{vmatrix} a & -c \\ a' & -c' \end{vmatrix}$

$$i- \; si \;\; \Delta = 0 \;\; et \;\; \Delta_x \neq 0 \;\; alors \;\; (D)//(D')$$

$$ii- \; si \;\; \Delta = 0 \;\; et \;\; \Delta_x = 0 \;\; alors \;\; (D)=(D')$$

$iii-\ si\ \Delta \neq 0\ alors\ (D)\ et\ \ (D')$ se coupent au point de coordonnées $\left(\dfrac{\Delta_x}{\Delta}, \dfrac{\Delta_y}{\Delta}\right)$

4-2- EXERCICE

Etudier l'intersection des droites (D) et (D') dans les cas suivants

$i-(D):\ 2x+y+1=0\quad et\quad (D'):\ 3x+4y-5=0$

$ii-\ (D):\ x+2y+3=0\ \ et\ \ (D'):\ \begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \end{cases}$

5- SIGNE DE ax+by+c=0, REGIONNEMENT DU PLAN

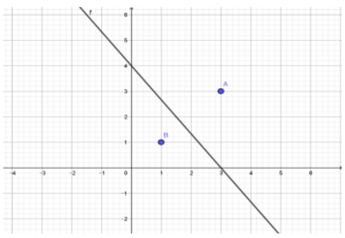
5-1- PROPRIETE

Le plan (P) est rapporté à un repère $O,\vec{i},\vec{j}$, soit (D) une droite d'équation $ax+by+c=0$

La droite détermine deux demi-plans ouverts
- l'un est l'ensemble des points M(x,y) tels que: $ax+by+c>0$
- l'autre est l'ensemble des points M(x,y) tels que: $ax+by+c<0$

5-2- EXEMPLE

Soit (D) la droite d'équation $4x+3y-12=0$



A(3,3) appartient au demi-plan (P_1): 4x+3y-12 > 0

B(1,1) appartient au demi-plan (P_2): 4x+3y-12 < 0