1- LES VECTEURS

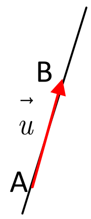
1-1- DEFINITION

A et B deux points distincts, si note le vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le vecteur $\vec{u}$, alors:

i- la direction du vecteur $\vec{u}$ est la droite (AB)

ii- le sens de $\vec{u}$ est le sens de A vers B

iii- la norme de $\vec{u}$ est la distance AB, et on écrit $\left\|\vec{u}\right\| = AB$

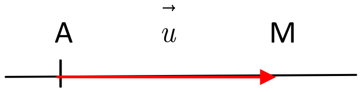


1-2- REMARQUE

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ n'a pas de direction et sa norme est nulle, on l'appelle le vecteur nul, on le note $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

1-3-PROPRIETE

Soit $\vec{u}$ un vecteur et A un point du plan (P), il existe un point unique M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$



2- EGALITE DE DEUX VECTEURS

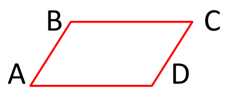
2-1- DEFINITION

Soient A, B, C et D quatre points du plan (P), tels que $A \neq B \ et \ C \neq D$. on dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB} \ et \ \overrightarrow{DC}$ sont égaux, et on écrit $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ s'ils ont la même direction, le même sens et la même norme

2-2-PROPRIETE

Soient A, B, C et D quatre points du plan (P),

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, si et seulement si ABCD est parallélogramme



2-3- PROPRIETE

Soient A, M, N des points du plan (P)

i- $si \quad \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AN} \quad alors \quad M = N$

ii- $si \ \overrightarrow{MN} = \vec{0} \quad alors \quad M = N$

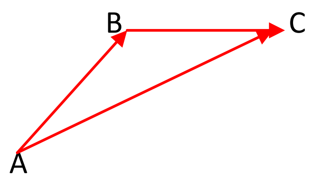
3- SOMME DE DEUX VECTEURS

3-1- DEFINITION

Soient $\vec{u} \ et \ \vec{v}$ deux vecteurs tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB} \ et \ \vec{v} = \overrightarrow{BC}$.

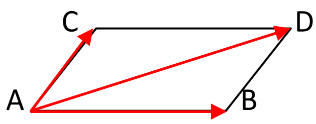
la somme des vecteurs $\vec{u} \ et \ \vec{v}$ est le vecteur qu'on note $\vec{u} + \vec{v}$,

tel que $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC}$, l'égalité $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ est appelé relation de Chasles



3-2-REMARQUE

La somme de deux vecteurs $\overrightarrow{AB} \ et \ \overrightarrow{AC}$ est le vecteur $\overrightarrow{AD}$ tel que ABDC est un parallélogramme.



3-3- EXERCICE

1-Soit ABC un triangle tel que $AB = 9a\,, AC = 6a\, et\;\; BC = 8a$

i- construire la figure du triangle si $a = 0,5$

ii- construire les points E, F et G tels que

$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CA}\;\;,\;\;\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\;\; et\;\;\; \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA}$

2- Soit ABCD un quadrilatère, construit les points M, N et P, tels que:

$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC}\,, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}\;\; et\;\;\; \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DA}$

4- PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN REEL

4-1- DEFINITION

Soit $\vec{u}$ et k un réel, le produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel k est le vecteur $\vec{w} = k \cdot \vec{u}$

$i-\;\; si\;\;\; \vec{u} = \vec{0}\;\;\; alors\;\;\; \vec{w} = \vec{0}$

$ii-\;\; si\;\; k = 0\;\; alors\;\; \vec{w} = \vec{0}$

$iii - si\;\; \vec{u} \neq \vec{0}\;\; et\;\; k > 0$, alors les vecteurs $\vec{u}\;\; et\;\; \vec{w}$ ont la même direction et le même sens et $\left\|\vec{w}\right\| = k\left\|\vec{u}\right\|$

$iv - si\;\; k < 0\;\; et\;\; \vec{u} \neq \vec{0}\;\; alors\;\; les\, vecteurs\, \vec{u}\;\; et\;\; \vec{w}$ ont la même direction et de sens opposé, et $\left\|\vec{w}\right\| = -k\left\|\vec{u}\right\|$

4-2-PROPRIETE

Pour tous les vecteurs $\vec{u}\;\; et\;\; \vec{v}$, et pour tous les réels a et b, on a:

$i-\;\;\;\;\; a\;\; \vec{u} + \vec{v}\;\; = a\vec{u} + a\vec{v}$

$ii-\;\;\; (a+b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}$

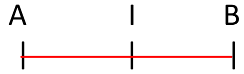
$iii - a(b\vec{u}\,) = (ab)\vec{u}$

$iv-\;\; si\;\; a\vec{u} = \vec{0}\;\;\;\; alors\;\;\;\; a = 0\;\;\; ou\;\;\; \vec{u} = \vec{0}$

4-3- MILIEU D'UN SEGMENT

4-3-1-PROPRIETE

Le point I est le milieu du segment [AB], si et seulement si, l'une des relations est réalisé



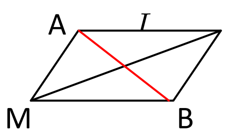
$i-\;\; \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

$ii-\; \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

$iii-\;\; \overrightarrow{AI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

4-3-2- PROPRIETE

Si I est le milieu de [AB], alors pour tout point M du plan (P), on a: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$



4-4-EXERCICE

1- simplifier l'écriture des vecteurs suivants

$\overrightarrow{W} = \frac{1}{2}(4\vec{u} + 5\vec{v}) - 3(\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{4}\vec{v})$; $\overrightarrow{X} = 2\ \vec{u} + \vec{v}\ - 2\ \vec{u} - \vec{v}$

$\overrightarrow{Y} = 3\ \vec{u} + 2\vec{v}\ - 5\ \vec{v} - \vec{u}$

2- Soit ABCD un parallélogramme de centre O, on pose: $\vec{i} = \overrightarrow{AB}\ \ et\ \ \vec{j} = \overrightarrow{AC}$, exprimer $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BD}\ et\ \ \overrightarrow{DO}\ en\ \ fonction\, de\ \ \vec{i}\ et\ \ \vec{j}$

3- Soient A et B deux points du plan (P) et M un point tel que $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, exprimer $\overrightarrow{AM}\ \ en\ \ fonction\ \ de\ \ \overrightarrow{AB}$, et construit le point M

4- Soit ABC un triangle et M un point du plan (P) tel que: $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Exprimer $\overrightarrow{AM}\ \ en\ \ fonction\ \ de\ \ \overrightarrow{AB}\ \ et\ \ \overrightarrow{AC}$, et construit M

5- COLINEARITE DES VECTEURS

5-1- DEFINITION

On dit que deux vecteurs $\vec{u}\ \ et\ \ \vec{v}$ sont colinéaires si et seulement s'il existe un réel k tel que

$\vec{u} = k\vec{v}\ \ ou\ \ \vec{v} = k\vec{u}$

5-2- REMARQUE

Le vecteur nul est colinéaire à tous les vecteurs

5-3- EXERCICE