1- EQUATION DU PREMIER DEGRE A UNE INCONNUE

1-1- DEFINITION

On appelle équation du premier degré à deux inconnues, toute équation qui s'écrit sous forme: $ax+by=c$ où a, b et c sont des réels donnés , x et y les inconnues

1-2- RESOLUTION DE ax+by =c

1-2-1-PROPRIETE

Soit $ax+by=c$ une équation du premier degré à deux inconnues dans $\mathbb{R}^2$, et S l'ensemble des solutions

$i-\quad si \quad a=b=c=0 \quad alors \quad S=\mathbb{R}^2$

$ii-\quad si \quad a=b=0 \quad et \quad c\neq 0 \quad alors \quad S=\varnothing$

$iii-\quad si \quad a=0 \quad et \quad b\neq 0 \quad alors \quad S=\left\{\left(x,\dfrac{c}{b}\right)/\,x\in\mathbb{R}\right\}$

$iv-\; si \; a\neq 0 \; et \; b=0 \quad alors \quad S=\left\{(\dfrac{c}{a},y)\,/\,y\in\mathbb{R}\right\}$

$v-\quad si \; a\neq 0 \quad et \quad b\neq 0 \quad alors \quad S=\left\{(x,\dfrac{c-ax}{b})\,/\,x\in\mathbb{R}\right\}$

1-2-2- EXEMPLE

1-Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ l'équation suivante: $3x=2$, on a $3x+0y=2$

2- Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ l'équation suivante: $-2y=1$, on a $0x-2y=1$

3- Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ l'équation suivante: $2x-3y=1$

2- SYSTEME DE DEUX EQUATIONS DU PREMIER DEGRE A DEUX INCONNUE

2-1- EXERCICE

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants:

$\begin{cases}3x+5y=2\\2x-3y=5\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}x-3y=4\\4x+y=1\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}2x-3y=4\\-\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=-\dfrac{2}{3}\end{cases}$

2-2-DEFINITION

Le système (S): $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ s'appelle un système de deux équations du premier degré à deux inconnues x et y, où a, b, c, a', b' et c' sont des réels donnés.

Le nombre $\Delta=\begin{vmatrix}a & b\\a' & b'\end{vmatrix}=ab'-ba'$ s'appelle le déterminant du système (S)

2-3- PROPRIETE: METHODE DE CRAMER

Considérons le système suivant $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$; $\Delta=\begin{vmatrix}a & b\\a' & b'\end{vmatrix}$ son déterminant et S l'ensemble des solutions, on a

$i-\quad si \;\Delta\neq 0 \quad posons \quad \Delta_x=\begin{vmatrix}c & b\\c' & b'\end{vmatrix}=cb'-bc' \; et \; \Delta_y=\begin{vmatrix}a & c\\a' & c'\end{vmatrix}=ac'-ca'$

$$alors \quad x = \frac{\Delta_x}{\Delta} \quad et \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} \quad et \quad S = \left\{ \left(\frac{\Delta_x}{\Delta}, \frac{\Delta_y}{\Delta} \right) \right\}$$

$$ii- \quad si \quad \Delta = 0 \quad et \quad \Delta_x \neq 0 \quad alors \quad S = \varnothing$$

$$iii- \quad si \;\; \Delta = 0 \;\; et \;\; \Delta_x = 0 \quad alors\, le \;\; système\, a\, plusieurs \;\; solutions$$

$$et \quad S = \left\{ \left(x, \frac{c-ax}{b} \right) / \;\; x \in \mathbb{R} \right\}$$

2-4- EXERCICE

1- résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants:

$$\begin{cases} 3x - 4y = -11 \\ 5x + 6y = 7 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{1}{2}x - 3y = 1 \\ x - 6y = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \sqrt{2}x - y = 2\sqrt{2} \\ -2x + \sqrt{2}y = 3 \end{cases}$$

2- résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ x - 2y = -5 \\ 2x - y = -4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 2x - 3y + 4 = 0 \\ 2x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

3- résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants:

$$\begin{cases} 2x^2 + \frac{1}{y} = 1 \\ 3x^2 + \frac{5}{y} = -9 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2|x| - 3\sqrt{y} = -4 \\ 3|x| + \sqrt{y} = 5 \end{cases}$$